

## 26. Verkehrswissenschaftliche Tage 2018

### - Der Einfluss von Pufferzeitverteilungen im Fahrplan auf die Modellierung der Folgeverspätungen im Eisenbahnwesen -

Stephan Zieger<sup>1</sup>, Norman Weik<sup>1</sup>, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nils Nießen<sup>1</sup>

<sup>1</sup> RWTH Aachen, Verkehrswissenschaftliches Institut, Lehrstuhl für Schienenbahnwesen und Verkehrswirtschaft, Mies-van-der-Rohe Straße 1, 52074 Aachen

## 1 Einleitung

Verspätungen im Eisenbahnwesen kosten Geld, Zeit und Kunden(-zufriedenheit), was sich sowohl für Eisenbahninfrastruktur- als auch -verkehrsunternehmen nachteilig auswirkt. Eine Hauptursache für Verspätungen im Bahnverkehr in Deutschland sind Folgeverspätungen durch einen vorausfahrenden Zug. Daher ist die möglichst genaue Modellierung und Berechnung der entstehenden Verspätungen elementar.

Im Folgenden wird zunächst, nach einem kurzen Überblick zu vorhandener Literatur und Problematik, ein neues analytisches Vorgehen zur Berechnung der Folgeverspätungen im Eisenbahnwesen vorgestellt. Anschließend wird die Methodik validiert und der Einfluss der Pufferzeiten auf die Höhe der Verspätungen dargestellt. Abschließend werden die Inhalte der Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere mögliche Weiterentwicklungen und Anwendungsmöglichkeiten vorgestellt.

### 1.1 Überblick

Pufferzeiten bilden einen wichtigen Bestandteil des Fahrplans im Schienenbahnwesen. Sie reduzieren die Übertragung von Folgeverspätung und tragen dadurch zur Erstellung robuster Fahrpläne bei [1]. Zur Bestimmung der Robustheit eines Fahrplans gegenüber Verspätungen existieren unterschiedliche Herangehensweisen [2]–[4]. Die Bewertung der Effektivität des Fahrplans erfolgt zumeist durch stochastische Methoden, in denen Pufferzeiten und Fahr- bzw. Haltezeitzuschläge als Zufallsvariablen aufgefasst werden [5], [6].

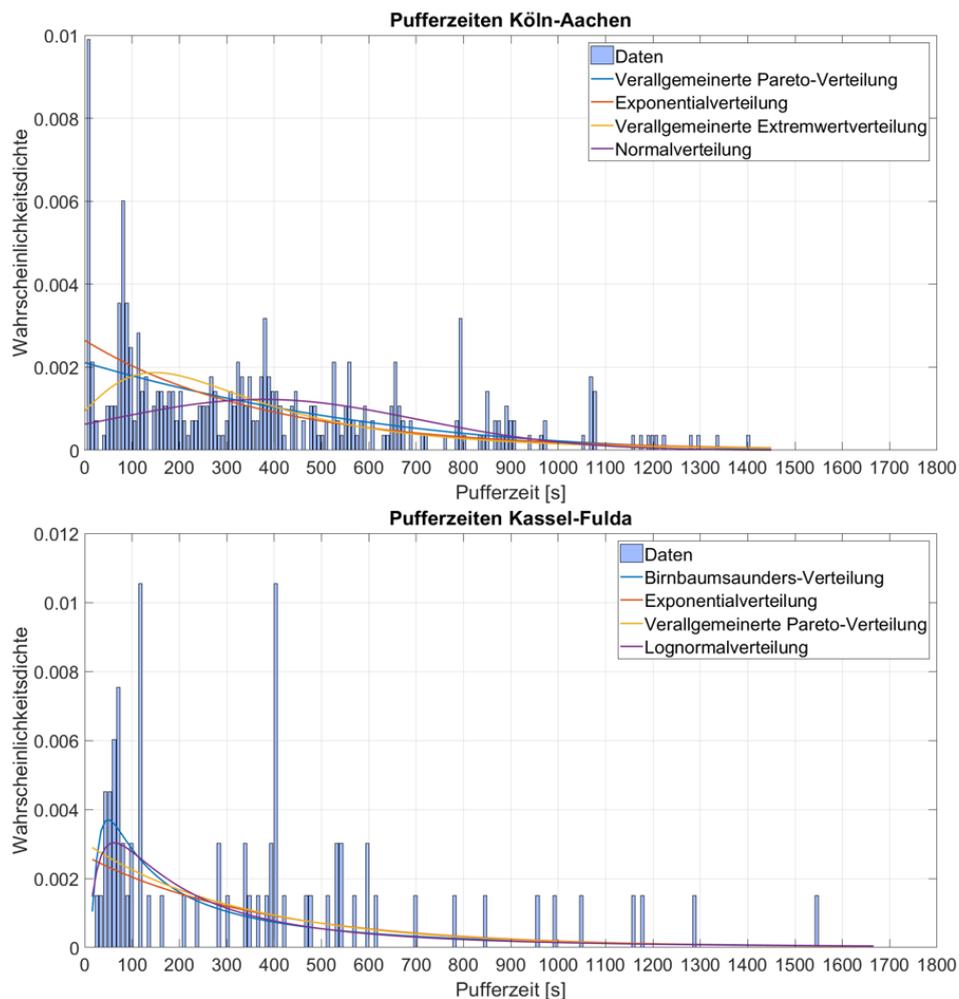
In dieser Arbeit sollen die Auswirkungen unterschiedlicher Pufferzeitverteilungen auf die Höhe der Folgeverspätungen analytisch untersucht werden. Bisherige Ansätze unterstellen entweder einen fixen Anteil der Pufferzeiten an der Fahrzeit [1] oder exponentialverteilte Pufferzeiten [7], [8]. Anknüpfend an die Analyse und Formalisierung des von Schwanhäußer entwickelten stochastischen Verfahrens zur Berechnung der Folgeverspätungen (STRELE, [7]) durch Weik et. al. [8], wird in der vorliegenden Arbeit eine Verallgemeinerung der Methodik auf eine große Klasse von Verspätungsverteilungen, für die eine momenterzeugende Funktion angegeben werden kann, vorgestellt. Dies erlaubt die präzise Wiedergabe empirischer Pufferzeitverteilungen in Realfahrplänen und somit eine verbesserte Bestimmung der entstehenden Folgeverspätungen im Rahmen der Leistungsfähigkeitsanalyse.

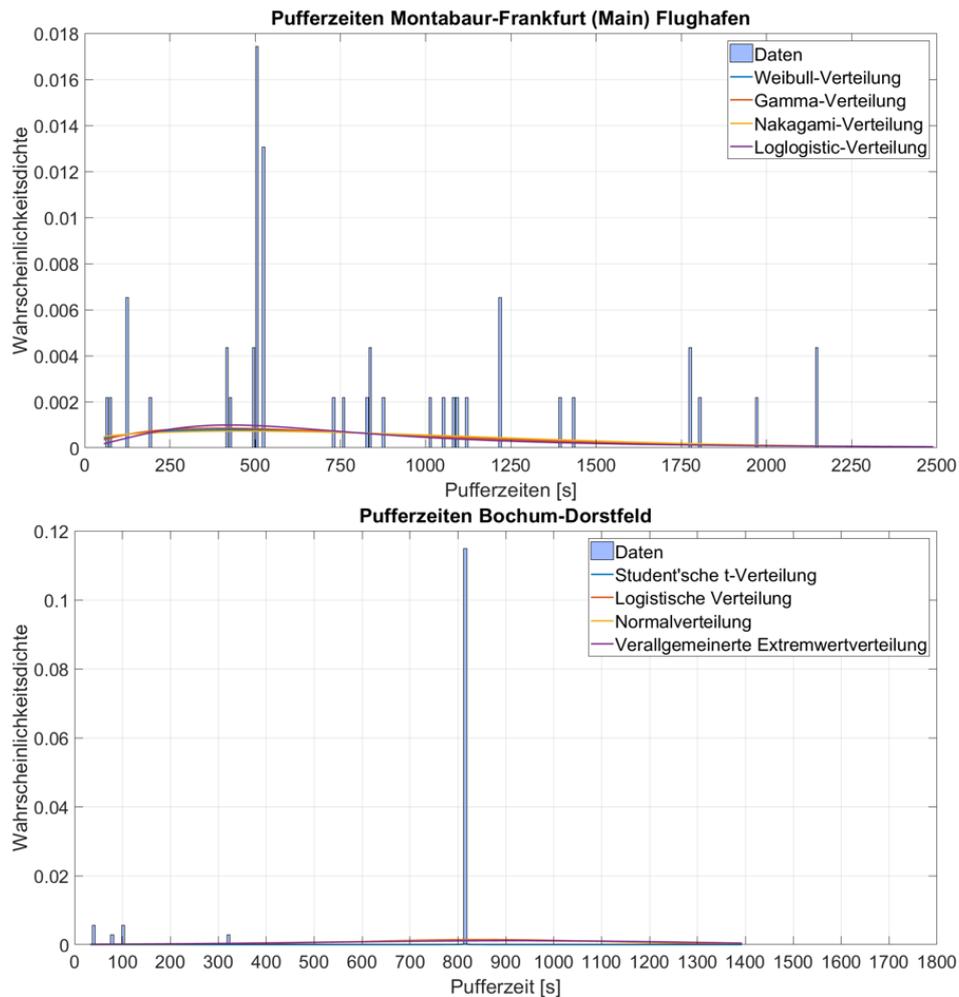
## 1.2 Problemstellung

Zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Eisenbahninfrastruktur kommen in der Regel analytische Verfahren der Bedientheorie zur Anwendung [9], [10]. Gegenwärtig stellt für eisenbahnbetriebliche Untersuchungen (EBWU) von Strecken die von Schwanhäußer entwickelte STRELE-Formel [7], welche im Software Tool LUKS® [11] technische Anwendung bei der Kapazitätsberechnung findet, den Standard dar. Eine der Grundannahmen der zugrundeliegenden Methodik sind exponentialverteilte Pufferzeiten, was mit zufälligen Ankünften der Züge auf einer Strecke korrespondiert. Diese Annahme ist im Allgemeinen heutzutage nicht mehr richtig, sodass eine Erweiterung der Modellierung auf allgemeine Verteilungen notwendig ist.

## 1.3 Motivation anhand von Beispielen aus der Praxis

Im Folgenden werden in Abbildung 1 für ausgewählte Strecken die ausgewerteten Pufferzeiten dargestellt. Hierzu wurden Mischverkehrsstrecken, wie Köln-Aachen, aber auch komplett vertaktete Strecken, wie die S-Bahn-Strecke Bochum-Dorstfeld untersucht. Die realen Pufferzeiten ergeben sich aus dem Fahrplan, wobei der minimale zeitliche Abstand der Sperrzeitentritten eines jeden Zugfolgefalls betrachtet wurde. Zusätzlich sind in den dargestellten Diagrammen die jeweils 4 gemäß Bayes'schem Informationskriterium [12] am besten passenden parametrischen Verteilungen für die Pufferzeiten mit den entsprechenden Parametern eingezeichnet.





**Abbildung 1 Darstellung der Pufferzeiten und ihre Verteilung für unterschiedliche Streckencharakteristika**

Es zeigt sich, dass auf Mischverkehrsstrecken mit entsprechend dichtem Betriebsprogramm und dadurch bedingt vielen kleinen Pufferzeiten die Annahme exponentialverteilter Pufferzeiten durchaus gerechtfertigt ist. Je dünner und homogener jedoch das Betriebsprogramm wird, desto schlechter eignet sich jedoch eine Exponentialverteilung. Für voll vertaktete Strecken stellt die Exponentialverteilung lediglich bei sehr geringen Pufferzeiten eine sinnvolle Approximation der Daten dar.

## 2 Methodik

Die möglichst genaue Modellierung von Folgeverspätungen ist essentiell für das Verständnis der Wirkungsweise und der Effekte unterschiedlicher Pufferzeitverteilungen. Hierzu wird im Folgenden kurz auf die STRELE-Formel eingegangen. Anschließend wird ein mathematischer Ansatz dargestellt, um die Folgeverspätungen für eine größere Vielfalt von Pufferzeitverteilungen zu berechnen. Abschließend wird die Berechnung der Höhe der zulässigen Folgeverspätungen und der Nennleistung gemäß des in Deutschland üblichen Vorgehens nach Richtlinie 405 der DB Netz AG [13] durchgeführt.

### 2.1 STRELE-Formel

Folgeverspätungen entstehen bei der Betriebsabwicklung, sobald mindestens zwei Zugfahrten in Konflikt geraten. Diese entstehen zum Beispiel, wenn das Einfädeln von Zügen auf einen Streckenabschnitt aufgrund von Einbruchsverspätungen behindert wird. Den Standard zur Berechnung der Folgeverspätungen in Deutschland stellt die von Schwanhäußer entwickelte STRELE-Formel [7] dar:

$$ET_W = ET_{FV} = \left( p_{VE} - \frac{p_{VE}^2}{2} \right) \cdot \frac{\bar{t}_{VE}^2}{\bar{t}_p + \bar{t}_{VE} \left( 1 - e^{-\frac{\bar{z}}{\bar{t}_{VE}}} \right)} \cdot \left[ p_g \left( 1 - e^{-\frac{\bar{z}_g}{\bar{t}_{VE}}} \right)^2 + (1 - p_g) \cdot \frac{\bar{z}_V}{\bar{t}_{VE}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{2\bar{z}_V}{\bar{t}_{VE}}} \right) + \frac{\bar{z}}{\bar{t}_p} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\bar{z}}{\bar{t}_{VE}}} \right)^2 \right]$$

|             |   |
|-------------|---|
| $p_{VE}$    | Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Einbruchsverspätung                     |
| $t_{VE}$    | Mittlere Einbruchsverspätung  |
| $\bar{t}_p$ | Mittlere Pufferzeit   |
| $p_g$       | Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines gleichrangigen Zugfolgefalls         |
| $\bar{z}$   | Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit   |
| $\bar{z}_g$ | Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle        |
| $\bar{z}_v$ | Mittlere maßgebende Mindestzugfolgezeit der rangunterschiedlichen Zugfolgefälle |

In der STRELE-Formel [7] wird in der Herleitung unterstellt, dass

- die Pufferzeiten exponentialverteilt sind.
- die Streuung der Mindestzugfolgezeiten gering ist.
- ein konfliktfreier Fahrplan vorliegt.
- die Einbruchsverspätungen einer Mischung aus Dirac- und Exponentialverteilung entsprechen.
- die Urverspätungen im betrachteten Streckenabschnitt und der durch Fahrzeitzuschläge im betrachteten Streckenabschnitt erbrachte Verspätungsabbau an den Anfang des Abschnitts verlegt werden, also in die Einbruchsverspätungen eingehen.

Momentan berücksichtigt die STELE-Formel lediglich die Mittelwerte der Pufferzeiten, der Mindestzugfolgezeiten sowie der Verspätungskennwerte. Das Augenmerk bei der Modifizierung

des Formelwerks, stellt die Erweiterung auf quasi-beliebige Pufferzeitverteilungen, d.h. Verteilungen mit momenterzeugenden Funktionen, und die Einbeziehung der konkreten Eingangsparameter (zugscharfe Mindestzugfolgezeiten, Verspätungskennwerte, ...) dar.

## 2.2 Weiterentwicklung der STRELE-Formel

Die Folgeverspätung  $ET_W$  wird im Rahmen der Strele-Methodik allgemein als Summe aus den Folgeverspätungen erster Ordnung  $ET_W^{(1)}$  und höherer Ordnung  $ET_{W,g}^{(1)}$  dargestellt. Die Skalierung der Verspätungen höherer Ordnung erfolgt durch den Hochrechnungsfaktor  $\xi$ .

$$ET_W = ET_W^{(1)} + \frac{1}{\xi} ET_{W,g}^{(1)}$$

Die Folgeverspätungen erster Ordnung setzen sich aus den jeweils zugehörigen Faktoren  $B_{1n,g}$  für gleichrangige bzw.  $B_{1n,diff}$  für ungleichrangige Züge, sowie durchschnittlicher Verspätung der verspäteten Züge  $\bar{t}_{VE} = \frac{1}{\lambda}$  und der Summe der Mindestzugfolgezeiten  $z_{1n}$  zwischen Zug 1 und  $n$  bzw. Pufferzeiten  $t_{p,1n}$  zusammen. Zur Bestimmung der jeweiligen Folgeverspätungen pro Zug muss ein Integral bezüglich der Zufallsvariablen  $\hat{t}_{p,1n}$ , die die Summe der paarweisen Pufferzeiten beschreibt, gelöst werden. Die Details zur Herleitung und der Bedeutung der einzelnen Faktoren wird in [8] ausführlich beschrieben.

Das Novum stellt nun die Erkenntnis dar, dass dieses Integral durch so genannte Momenterzeugende Funktionen  $M_X(t)$  [14] dargestellt und für viele Verteilungen explizit berechnet werden kann. Über Exponential- oder Erlang-Verteilungen hinaus ist dies beispielsweise für Gammaverteilungen, Normalverteilungen und insbesondere Phasenverteilungen möglich.

$$\begin{aligned} ET_W^{(1)} &= \sum_{n=2}^{\infty} (p_g B_{1n,g} + (1 - p_g) B_{1n,diff}) \cdot e^{-\lambda_1 z_{1n}} \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t_{p,1n}} dF_{\hat{t}_{p,1n}}(t_{p,1n}) \\ &= \sum_{n=2}^{\infty} (p_g B_{1n,g} + (1 - p_g) B_{1n,diff}) \cdot e^{-\lambda_1 z_{1n}} \cdot M_{\hat{t}_{p,1n}}(-\lambda_1) \end{aligned}$$

Die Höhe der Folgeverspätungen höherer Ordnung  $ET_{W,g}^{(1)}$  errechnet sich aus  $ET_W^{(1)}$  indem  $p_g = 1$  gesetzt wird, da in diesem Fall unterstellt wird, dass alle Züge gleichberechtigt abgearbeitet werden um wieder in den Betriebsfluss zurückzukehren bzw. diesen aufrecht zu erhalten.

Durch die Verwendung Momenterzeugender Funktionen können nach der Schätzung einer möglichst gut passenden Pufferzeitverteilung aus den Daten des Fahrplans nun die erwarteten Folgeverspätungen rein analytisch berechnet werden. Die Berechnung erfolgt theoretisch über einen unendlich langen Fahrplan, jedoch ist es völlig ausreichend, die Berechnung für jeden Zug abzubrechen, sobald die gewünschte Genauigkeit erreicht ist.

Ein Spezialfall bei der Berechnung der Folgeverspätungen ist die Dirac-Verteilung mit welcher komplett vertaktete Strecken Berücksichtigung finden können.

### 2.3 Zulässige Höhe der Folgeverspätungen

Die Bewertung der entstehenden Folgeverspätungen erfolgt in Deutschland standardmäßig gemäß DB Richtlinie 405 [13]. Die zulässige Summe der Folgeverspätung (Level of Service) ist für einen Untersuchungsraum  $t_U$  und Anteil von Reisezügen  $p_{RZ}$  gegeben als:

$$T_{W,zulässig} = 0,260 \cdot e^{-1,3 \cdot p_{RZ}} \cdot t_U$$

Die erforderliche Pufferzeit  $\bar{t}_{p,erforderlich}$  kann aus der Formel

$$\sum_{\text{Züge}} T_{W,zulässig} \stackrel{!}{=} \sum_{\text{Züge}} T_W = n \cdot ET_W$$

für  $n$  Züge bestimmt werden und anschließend ergibt sich die Nennleistung des Streckenabschnitts als:

$$n_{\text{Nennleistung}} = \frac{t_U}{\bar{z} + \bar{t}_{p,erforderlich}}$$

## 3 Ergebnisse

Das vorgestellte Verfahren kann als Verallgemeinerung des STRELE-Ansatzes verstanden werden und muss dementsprechend für exponentialverteilte Pufferzeiten dieselben Ergebnisse produzieren. Nach der Validierung der Methodik wird der Einfluss der Pufferzeitverteilung auf die Höhe der Folgeverspätungen und damit auf die Nennleistung einer Strecke untersucht.

### 3.1 Validierung der Methodik für exponentialverteilte Pufferzeiten

Die vorgestellte Methodik sollte für den Spezialfall exponentialverteilter Pufferzeiten dieselben Ergebnisse erzeugen, wie die STRELE-Formel. Im Fall von Eingangsparametern, die varianzfrei sind, d.h. die jeweils ihre eigenen Mittelwerte darstellen, ergibt sich immer eine Übereinstimmung zwischen dem neuen analytischen Vorgehen und der STRELE-Formel. Diese Erkenntnis wird exemplarisch in Abbildung 2 gezeigt.

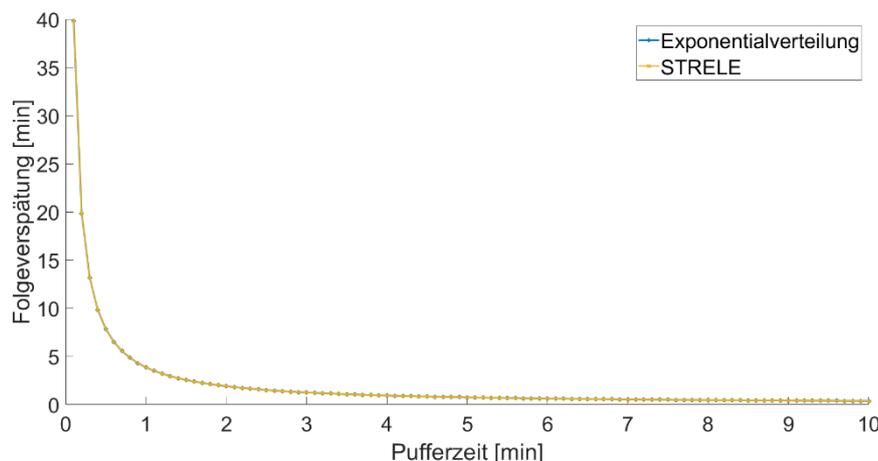
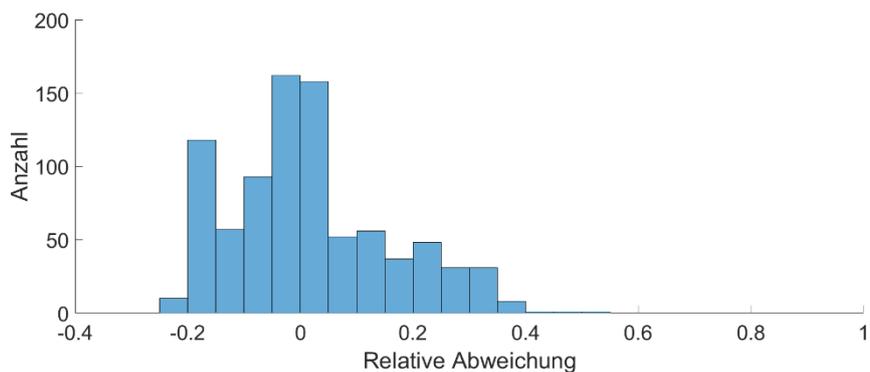


Abbildung 2 Erwartete Folgeverspätung bei exponentialverteilten Pufferzeiten und varianzfreien Eingangsparametern

Sind die Eingangsparameter nicht alle gleich, so ergeben sich zwangsweise Abweichungen, da die STRELE-Formel die Varianz der Parameter nicht abbildet und somit die Modellierung gerade auf Mischverkehrsstrecken stark vereinfacht. In einer Untersuchung von über 1000 unterschiedlichen Szenarien, in denen Zugmix, Matrizen der Mindestzugfolgezeiten und Verspätungskennwerte variiert wurden, zeigt sich, dass die Vereinfachungen durchaus gewichtig werden können. In Abbildung 3 ist zu erkennen, dass auch durchaus 20%-ige relative Abweichung bezogen auf die erforderliche Pufferzeit auftreten können. Im Mittel beträgt die relative Abweichung 0,1%.



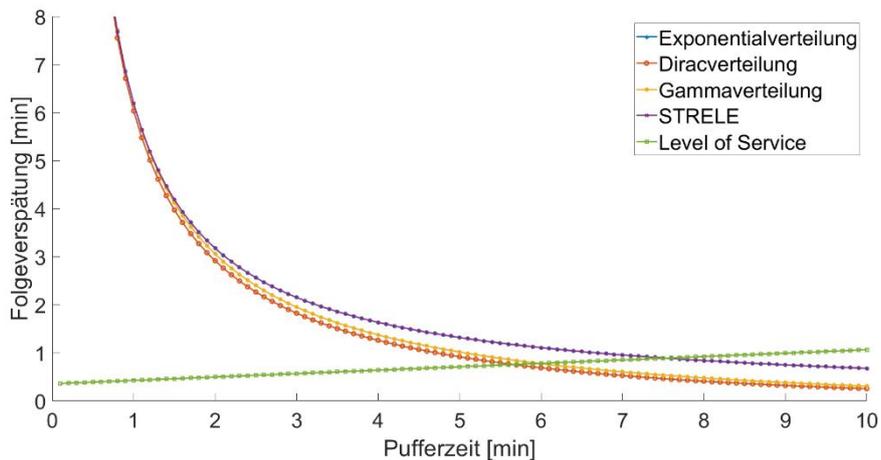
**Abbildung 3 Relative Abweichung der neuen Methodik zur STRELE-Formel in Bezug auf die erforderliche Pufferzeit**

### 3.2 Der Einfluss der Pufferzeitverteilung auf die Höhe der erwarteten Folgeverspätungen

Die sich im Betrieb aus dem Fahrplan ergebenden Folgeverspätungen hängen maßgeblich von der jeweiligen Struktur des Fahrplans ab. Bisher ist die STRELE-Formel unabhängig von der zugrundeliegenden Pufferzeitverteilung, sondern unterstellt eine Exponentialverteilung. Häufig repräsentiert diese Verteilung jedoch nur unzureichend die Realität.

Im Folgenden sollen daher exemplarisch für unterschiedliche Pufferzeitverteilungen die erwarteten Folgeverspätungen berechnet und die Ergebnisse verglichen werden. Dabei stellt die Exponentialverteilung den Standardfall dar, die Diracverteilung steht für sehr stark vertaktete Fahrpläne und die Gammaverteilung ist als Erweiterung der Exponentialverteilung anzusehen. Schließlich wird die STRELE-Formel zur Abbildung der bisherigen Berechnung dargestellt.

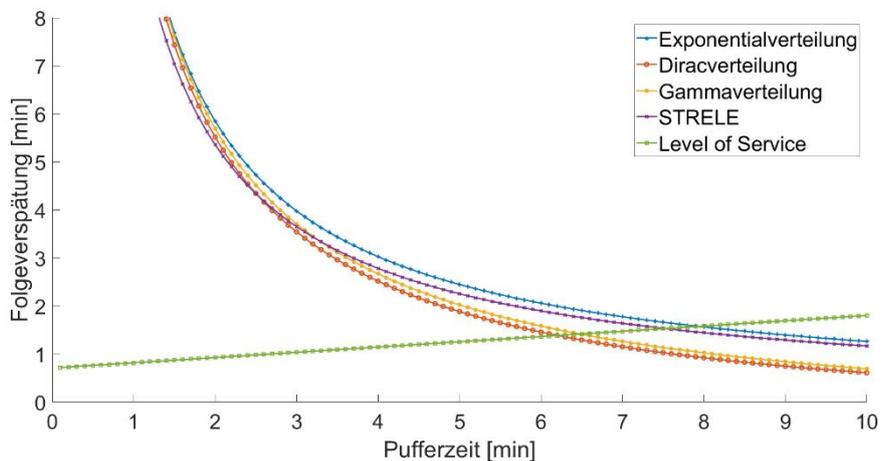
Im ersten Szenario verkehrt ausschließlich Personenverkehr und die Züge besitzen dieselben Mindestzugfolgezeiten und identische Verspätungskennwerte. Das Ergebnis der Auswertung kann aus Abbildung 4 abgelesen werden. Um die jeweiligen Kurven vergleichen zu können, wurde zusätzlich die Höhe der zulässigen Folgeverspätungen eingezeichnet.



**Abbildung 4 Vergleich der erwarteten Folgeverspätungen in Abhängigkeit von der unterstellten Pufferzeitverteilung (Homogenes Szenario)**

Es ist festzustellen, dass STRELE-Formel und Exponentialverteilung auf Grund des homogenen Szenarios erneut dieselben Ergebnisse produzieren. Der Schnittpunkt mit dem Level of Service liegt für Dirac- und Gammaverteilung deutlich weiter links, d.h. bei gleicher Qualität ist für beide genannte Verteilungen eine geringere durchschnittliche Pufferzeit nötig. In diesem Fall ergibt sich auf einem 5-Stunden-Zeitraum für exponentialverteilte Pufferzeiten bzw. STRELE eine Nennleistung von 24 Zügen, für Dirac-verteilte Pufferzeiten von 27,5 Zügen und für gammaverteilte Pufferzeiten von 28,3 Zügen.

Das zweite Beispiel bildet heterogenere Eingangsdaten ab. Die Mindestzugfolgezeiten schwanken zwischen 3 und 13 Minuten, die Wahrscheinlichkeiten für Einbruchsverspätungen zwischen 0,4 und 0,6 und die mittleren Verspätungshöhen zwischen 3 und 12 Minuten. Alle Modellzüge sind gleich häufig vertreten. Der Anteil an Güterverkehrszügen beträgt 33%.



**Abbildung 5 Vergleich der erwarteten Folgeverspätungen in Abhängigkeit von der unterstellten Pufferzeitverteilung (Heterogenes Szenario)**

Die STRELE-Formel bildet, falls die Pufferzeiten nicht exponentialverteilt sind, die Realität nur bedingt ab. Es errechnet sich auf einem 5-Stunden-Zeitraum für exponentialverteilte Pufferzeiten eine Nennleistung von 20,8 Zügen, für STRELE 21,4 Zügen, für Dirac-verteilte Pufferzeiten von 23,6 Zügen und für gammaverteilte Pufferzeiten von 23,3 Zügen.

## **4 Zusammenfassung**

Aktuelle analytische Leistungsfähigkeitsberechnungen, welche auf der STRELE-Formel beruhen, unterstellen Fahrpläne mit zufälligen Zugankünften. In der heutigen Zeit existieren jedoch auch vertaktete Fahrpläne, welche diese Eigenschaft nicht mehr erfüllen. Daher ist es im Interesse sowohl der EIU als auch EVU, dass die zugrundeliegenden Fahrpläne und ihre Strukturen bei der Berechnung möglichst präzise berücksichtigt werden.

In der Arbeit wurde gezeigt, dass die Berücksichtigung der Fahrplanstruktur große Auswirkungen auf die Höhe der berechneten Folgeverspätungen und damit auf die Nennleistung haben kann. Daher ist die Weiterentwicklung der Werkzeuge zur Leistungsfähigkeitsbestimmung von Strecken eminent wichtig. Eine Möglichkeit stellt dabei die Erweiterung des STRELE-Formelwerks dar, wobei die Grundideen unverändert fortbestehen. Durch die Beibehaltung der Berechnungslogik kann der anerkannte Qualitätsmaßstab [13] weiterhin verwendet werden.

Die vorgestellte Modifikation des STRELE-Formelwerks ermöglicht prinzipiell die Entwicklung einer geschlossenen Formel für jede Pufferzeitverteilung, welche eine Momenterzeugende Funktion besitzt. Dadurch ergibt sich eine sehr effiziente und schnelle Berechnung der erwarteten Folgeverspätung. Die entwickelte Methodik bietet explizit die Möglichkeit nicht mehr nur ausschließlich mittelwertbasiert zu rechnen. Somit reduziert sich der Fehler, der sich einstellt, wenn die Varianz in den Eingangsdaten nicht berücksichtigt wird.

## **Danksagung**

Diese Arbeit entstand mit Unterstützung der DFG unter der Fördernummer 283085490 sowie des Projekts IEBWU der DB Netz AG.

## 5 Literatur

- [1] R. M. P. Goverde and I. A. Hansen, "Performance indicators for railway timetables," in *IEEE ICIRT 2013 - Proceedings: IEEE International Conference on Intelligent Rail Transportation*, 2013, pp. 301–306.
- [2] F. Corman, A. D'Ariano, and I. A. Hansen, "Evaluating disturbance robustness of railway schedules," in *Journal of Intelligent Transportation Systems: Technology, Planning, and Operations*, 2014, vol. 18, no. 1, pp. 106–120.
- [3] E. V. Andersson, A. Peterson, and J. Törnquist Krasemann, "Quantifying railway timetable robustness in critical points," *J. Rail Transp. Plan. Manag.*, vol. 3, no. 3, pp. 95–110, 2013.
- [4] R. L. Burdett and E. Kozan, "Performance profiling for predictive train schedules," *J. Rail Transp. Plan. Manag.*, vol. 4, no. 4, pp. 98–114, 2014.
- [5] T. Büker and B. Seybold, "Stochastic modelling of delay propagation in large networks," *J. Rail Transp. Plan. Manag.*, vol. 2, no. 1–2, pp. 34–50, 2012.
- [6] J. Yuan and I. A. Hansen, "Optimizing capacity utilization of stations by estimating knock-on train delays," *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 41, no. 2, pp. 202–217, 2007.
- [7] W. Schwanhäußer, "Die Bemessung der Pufferzeiten im Fahrplangefüge der Eisenbahn," Verkehrswissenschaftliches Institut der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule, 1974.
- [8] N. Weik, N. Niebel, and N. Nießen, "Capacity analysis of railway lines in Germany – A rigorous discussion of the queueing based approach," *J. Rail Transp. Plan. Manag.*, vol. 6, no. 2, pp. 99–115, 2016.
- [9] N. Nießen, "Queueing," *Railw. Timetabling Oper.*, pp. 117–131, 2014.
- [10] E. Wendler and N. Nießen, "Stochastische Modelle in der Eisenbahnbetriebswissenschaft," *ZEV rail Glas. Ann.*, vol. 132, no. 1–2, pp. 40–48, 2008.
- [11] D. Janecek and F. Weymann, "LUKS-Analysis of lines and junctions," in *Proceedings of the 12th World Conference on Transport Research (WCTR)*, 2010.
- [12] V. Blobel and E. Lohrmann, *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. 2012.
- [13] DB Netz AG, "Richtlinie 405: Fahrwegkapazität." 2008.
- [14] G. W. Corder and D. I. Foreman, *Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach*. 2011.